النهايات

سنعطى مثال نحدد فيه سلوك الدالة بالقرب من نقطة معينة لا يمكننا فيه ايجاد قيمة الدالة بشكل مباشر.

مثال (1): كيف يكون سلوك الدالة

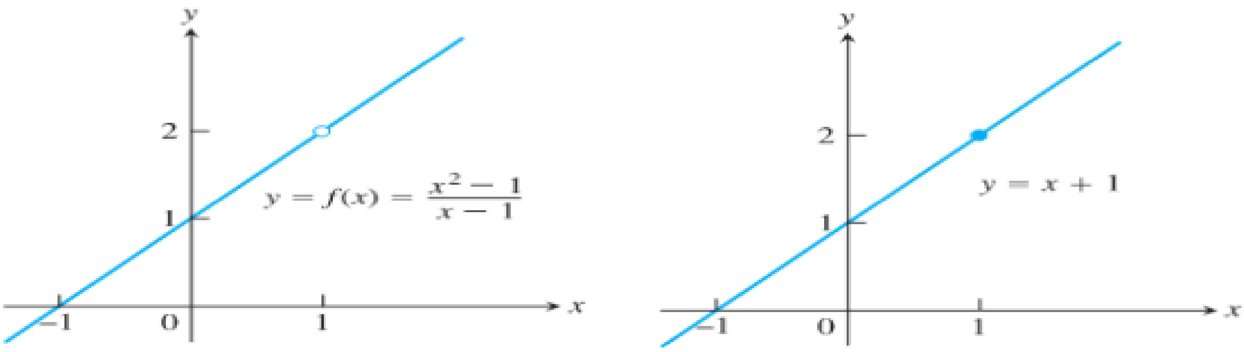
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

بالقرب من $x = 1$ ؟

الحل الصيغة المعطاة تعرف الدالة f لجميع قيم x عدا $x = 1$ (حيث لا نستطيع القسمة على الصفر) لاى قيم $x \neq 1$ نستطيع تبسيط الصيغة بحساب البسط والغاء العوامل المشتركة.

$$f(x) = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x + 1 \qquad \text{for} \qquad x \neq 1 .$$

الرسم البيانى للدالة f هو الخط $y = x + 1$ مع ازالة النقطة $(1, 2)$. هذه النقطة التى ازيلت هى الموضحة كفجوة فى الشكل (2.7) .



الشكل (2.7)

بالرغم من ان $f(1)$ غير معرفة يمكننا جعل قيمة الدالة $f(x)$ اقرب ما نريد من 2 باختيار x قريبة بما يكفى الى 1 كما فى الجدول التالى

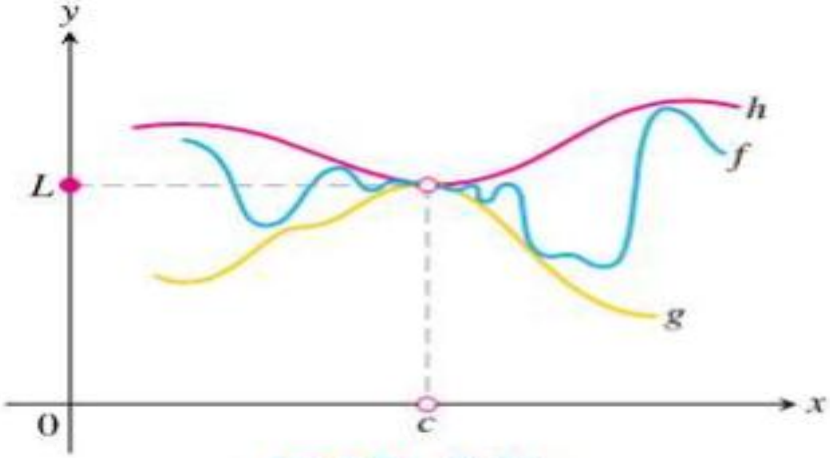
TABLE 2.2 The closer x gets to 1, the closer $f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$ seems to get to 2

Values of x below and above 1	$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1, \quad x \neq 1$
0.9	1.9
1.1	2.1
0.99	1.99
1.01	2.01
0.999	1.999
1.001	2.001
0.999999	1.999999
1.000001	2.000001

على محمد يوسف الهلالى

نظرية الساندوتش (نظرية الحصر) The Sandwich Theorem

النظريـة التاليـة تمكننـا مـن حسـاب نـهايـات متنوعـة، تسمى بنظريـة السـاندوتش لانـها تشير الـى دالـة f تنحصر قيمتها بين قيم دالتين آخرتين h , g لهما نفس النهاية L عند قيمة c، تكون محصورة بين دالتين تقتربـان مـن قيمـة L لـذا فـان الدالـة f لا بـد وان تقتـرب مـن قيمـة L. كمـا بالشـكل (2.12)



الشكل (2.12)

الرسم البيانى للدالة f محصور بين الرسم البيانى للدالتين g ، h

H.W(5)

اوجد قيمة النهايات الاتية

(1) $\lim_{t\to 6} 8(t-5)(t-7)$

(2) $\lim_{h\to 0} \dfrac{3}{\sqrt{3h+1}+1}$

(3) $\lim_{\theta\to 0} \dfrac{\sin\theta}{\sin 2\theta}$

(4) $\lim_{t\to 0} \dfrac{\sin(1-\cos t)}{1-\cos t}$

(5) $\lim_{y\to 0} \dfrac{5y^3+8y^2}{3y^4-16y^2}$

(6) $\lim_{v\to 2} \dfrac{v^3-8}{v^4-16}$

(7) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{\sin 4x}$

(8) $\lim_{t\to 0} \dfrac{2t}{\tan t}$

على محمد يوسف الهلالى